

УДК 622.647.2

Кирия Р.В., канд. техн. наук, ст. научн. сотр.,
Ларионов Г.И., докт. техн. наук, ст. научн. сотр.,
Пазынич А.В., магистр
 (ИГТМ НАН Украины)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДУГИ СЦЕПЛЕНИЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЛЕНТЫ КОНВЕЙЕРА С ФУТЕРОВАННЫМ БАРАБАНОМ*

Kiriy R.V., канд. техн. наук, ст. науч. співр.,
Ларіонов Г.І., докт. техн. наук, ст. науч. співр.,
Пазиніч А.В., магістр
 (ІГТМ НАН України)

ВИЗНАЧЕННЯ ДУГИ ЗЧЕПЛЕННЯ ПРИ ВЗАЄМОДІЇ СТРИЧКИ КОНВЕЄРА З ФУТЕРОВАНИМ БАРАБАНОМ

Kiriya R.V., Ph. D. (Tech.), Senior Researcher,
Larionov G.I., D. Sc. (Tech.), Senior Researcher,
Pazynich A.V., M.S (Tech.)
 (IGTM NAS of Ukraine)

DETERMINATION OF CLUTCH ARRANGEMENT AT INTERACTION CONVEYOR BELT WITH FUTER DRUM

Аннотация. Рассмотрен вопрос определения дуги сцепления при взаимодействии ленты конвейера с футерованным барабаном. В работе предполагалось, что лента и футеровка барабана при деформировании подчиняются закону Гука, а сила трения между лентой и футеровкой подчиняется закону Кулона. Кроме того, в ленте вблизи зоны сцепления ленты с футеровкой барабана образуется граничный слой малой толщины, в котором отсутствуют растягивающие напряжения. Задача решена с помощью асимптотического метода Л. Прандтля. Полученные результаты исследований сравнивались с результатами исследований Н.Е. Жуковского и В.И. Моссаковского.

Ключевые слова: лента конвейера, футерованный барабан, асимптотический метод Прандтля, дуга сцепления, сравнение результатов исследований.

Вопросами взаимодействия упругой ленты с футерованным барабаном занимались многие исследователи [1-3]. Однако в настоящее время этот вопрос ещё недостаточно изучен.

В этих работах предполагается, что при взаимодействии ленты с футерованным барабаном в ленте возникают только растягивающие и нормальные напряжения, а в футеровке – сдвиговые и нормальные напряжения. При этом напряжения в ленте и в футеровке подчиняются закону Гука, а сила трения между лентой и футеровкой подчиняется закону Кулона. Лента в этом случае рассматривается как растянутая тонкая гибкая упругая нить или растянутый упругий стержень.

Полученные в этих работах зависимости приводят к противоречивым выводам, т.е. в случае отсутствия футеровки на барабане на дуге сцепления тяга не передаётся, что противоречит экспериментальным данным [4].

В данной работе определена дуга сцепления конвейерной ленты при её вза-

* © Кирия Р.В., Ларионов Г.И., Пазынич А.В., 2017

Статья посвящена 50-летию со дня основания Института геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины

и взаимодействии с футерованным барабаном. При этом лента конвейера рассматривается как растянутый упругий слой, в котором возникают растягивающее, нормальное и касательное напряжения, а в футеровке барабана возникает только нормальное касательное напряжение.

Рассмотрим контактную задачу взаимодействия ленты с футерованным барабаном (рис. 1).

Предположим, что лента упругая и деформируется согласно закону Гука. Касательные напряжения ленты в точках контакта ленты с барабаном подчиняются закону сухого трения Кулона.

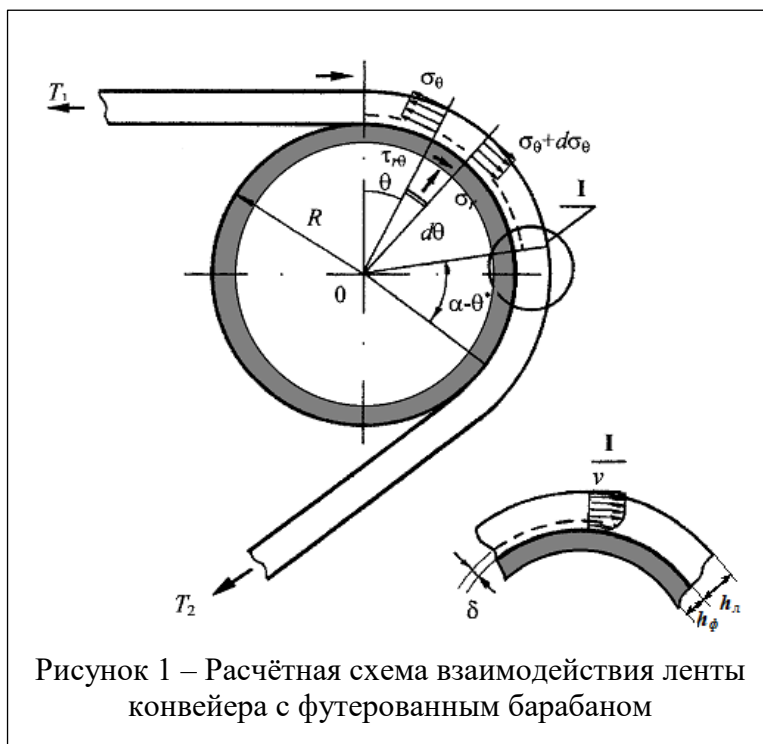
Кроме того, лента имеет толщину на порядок меньше радиуса барабана. Футеровка барабана также рассматривается как тонкий упругий слой толщиной на порядок меньше радиуса барабана. При этом при взаимодействии ленты с футерованным барабаном на дуге контакта ленты с барабаном возникают зона сцепления и зона скольжения. На дуге сцепления в точке контакта ленты с футеровкой скольжение отсутствует, а на дуге скольжения в точках контакта ленты с футеровкой возникает скольжение.

Положим, что в ленте реализуется плоская деформация. Тогда уравнения равновесия слоя ленты на барабане в полярных координатах имеют вид [5]

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0; \\ \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{r} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где σ_θ – окружные растягивающие напряжения в ленте, направленные вдоль ленты, Н/м²; σ_r – нормальные сжимающие напряжения в ленте, направленные по радиусу барабана, Н/м²; $\tau_{r\theta}$ – касательные напряжения в ленте, направленные по касательной и нормали к поверхности барабана, Н/м²; r – радиальная координата, направленная от центра по радиусу барабана, м; θ – окружная координата угла поворота радиуса барабана, рад.

Напряжения связаны с деформациями согласно закону Гука соотношениями [5]



$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{1}{E_l} [(1 - \nu_l^2) \sigma_r - \nu_l (1 + \nu_l) \sigma_\theta]; \\ \varepsilon_\theta = \frac{1}{E_l} [(1 - \nu_l^2) \sigma_\theta - \nu_l (1 + \nu_l) \sigma_r]; \\ \gamma_{r\theta} = \frac{2(1 + \nu_l)}{E_l} \tau_{r\theta}, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \\ \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}; \\ \gamma_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}. \end{cases} \quad (3)$$

u, v – соответственно радиальные и окружные перемещения точек ленты, м; $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \gamma_{r\theta}$ – соответственно радиальные, окружные и угловые деформации точек ленты; E_l – модуль Юнга ленты при растяжении, Н/м²; ν_l – коэффициент Пуассона ленты.

В случае малой толщины ленты h_l (м) по сравнению с радиусом барабана R (м), т.е. при $h_l/R \ll 1$, согласно методу Прандтля [6], проводя оценку малости по h_l членов уравнения (4), получим

$$\sigma_r \sim o(h_l); \tau_{r\theta} \sim o(h_l); \sigma_\theta \sim O(1); r \sim O(1); \partial r \sim o(h_l); \theta \sim O(1).$$

Опустим в уравнениях (1) члены первого порядка по h_l и выше, в результате получим

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \frac{\sigma_\theta}{R} = 0; \\ \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Рассмотрим зону скольжения ($\theta^* \leq \theta \leq \alpha$). В этом случае на поверхности барабана при $r=R$ справедлив закон Кулона

$$\tau_{r\theta} = \mu \sigma_r, \quad (5)$$

где μ – коэффициент трения скольжения ленты по барабану конвейера; θ^* – величина дуги сцепления, рад.; α – угол обхвата, рад.

В силу малости толщины ленты окружные напряжения σ_θ мало изменяются по толщине ленты и являются функцией только от θ . Решая уравнения (4) при условиях, что на поверхности ленты при $r = R + h_l$ радиальные σ_r и касательные $\tau_{r\theta}$ напряжения равны нулю, получим

$$\sigma_r = \frac{f(\theta)}{R}(r - h_{\text{л}} - R); \quad \tau_{r\theta} = -\frac{f'(\theta)}{R}(r - h_{\text{л}} - R), \quad (6)$$

где $f(\theta) = \sigma_\theta$; $\theta^* \leq \theta \leq \alpha$.

Подставляя решения (6) в соотношение (5) и полагая $r = R$, получим дифференциальное уравнение относительно $f(\theta)$

$$f'(\theta) = -\mu f(\theta) \quad (\theta^* \leq \theta \leq \alpha). \quad (7)$$

Интегрируя уравнение (7) при условии, что в точке сбегания ленты с барабана при $\theta = \alpha$ $\sigma_\theta = t_2$, в результате получим

$$\sigma_\theta = f(\theta) = t_2 e^{\mu(\alpha-\theta)} \quad (\theta^* \leq \theta \leq \alpha), \quad (8)$$

где $t_2 = T_2/Bh$ – растягивающее напряжение в ленте в точке сбегания её с барабана конвейера, Н/м²; T_2 – натяжение ленты в точке её сбегания с барабана, Н; B – ширина ленты конвейера, м.

В зоне контакта ленты и барабана на границе зон сцепления и скольжения при $\theta = \theta^*$ и $r = R$ согласно выражениям (6) и (8) имеем:

$$\sigma_\theta^* = t_2 e^{\mu(\alpha-\theta^*)}; \quad \sigma_r^* = -\frac{t_2 h}{R} e^{\mu(\alpha-\theta^*)}; \quad \tau_{r\theta}^* = -\frac{\mu t_2 h}{R} e^{\mu(\alpha-\theta^*)}, \quad (9)$$

где $\theta^* \leq \theta \leq \alpha$.

Подставляя значение $f(\theta)$ из (8) в равенство (6), получим нормальные касательные напряжения в ленте вдоль дуги скольжения:

$$\sigma_r = \frac{t_2}{R} e^{\mu(\alpha-\theta)}(r - h_{\text{л}} - R); \quad \tau_{r\theta} = -\frac{\mu t_2}{R} e^{\mu(\alpha-\theta)}(r - h_{\text{л}} - R), \quad (10)$$

где $\theta^* \leq \theta \leq \alpha$; $0 \leq r \leq h_{\text{л}}$.

Следовательно, в зоне скольжения, т.е. при $\theta^* \leq \theta \leq \alpha$, как для футерованного, так и для нефутерованного барабана растягивающие, нормальные и касательные напряжения в ленте изменяются по экспоненциальному закону, что совпадает с формулой Н.Е. Жуковского при $r = R$ [1]:

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu(\alpha-\theta^*)}. \quad (11)$$

Если дуга скольжения совпадает с дугой обхвата ленты и барабана, т.е. если $\theta^* = 0$, то $\sigma_\theta^* = t_1$. Подставляя эти величины в первую формулу равенств (9), получим формулу Эйлера в случае полного скольжения нити по барабану [1]:

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\alpha}. \quad (12)$$

Рассмотрим зону сцепления ($0 \leq \theta \leq \theta^*$). В этой зоне на поверхности барабана перемещение ленты относительно барабана отсутствует и в точках контакта ленты с поверхностью футерованного барабана справедливо соотношение $\tau_{r\theta} < \mu\sigma_r$.

Кроме того, предположим, что в ленте вблизи дуги сцепления существует граничный слой малой толщины δ , на порядок меньший толщины ленты ($\delta \ll h_l$), в котором возникают только нормальные касательные напряжения, а растягивающие напряжения малы (намного меньше растягивающих напряжений в остальной части поперечного сечения ленты) [7].

Поэтому в зоне сцепления в точках ленты, близких к точкам контакта ленты и барабана, окружные напряжения σ_θ малы, а нормальные и касательные напряжения σ_r и $\tau_{r\theta}$ имеют порядок малости, равный единице по h_l , т.е. $\sigma_\theta = 0$; $\sigma_r \sim \tau_{r\theta} \sim o(h_l)$.

Следовательно, отбрасывая в уравнении (4) члены, включающие σ_θ в граничном слое ленты зоны сцепления, получим соотношения

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} = 0 \quad (0 \leq r < \delta). \quad (13)$$

Следовательно, в зоне сцепления вблизи точек контакта ленты и барабана существует малый по толщине слой ленты, называемый краевым слоем, аналогичный пограничному слою, образуемому при обтекании твёрдых тел жидкостью [8]. В этом слое возникают только нормальные σ_r и касательные $\tau_{r\theta}$ напряжения, тогда как растягивающие напряжения σ_θ резко уменьшаются до нуля ($\sigma_\theta \approx 0$). Как следует из уравнений (13), нормальные и касательные напряжения по толщине краевого слоя не изменяются и согласно формулам (6) при $r=R$ равны

$$\sigma_r = -f(\theta) \frac{h_l}{R}; \quad \tau_{r\theta} = f'(\theta) \frac{h_l}{R} \quad (0 < r < \delta). \quad (14)$$

Так как перемещения ленты u, v в зоне её сцепления с футерованным барабаном определяются относительно поверхности футеровки барабана, то уравнения (2) и (3) имеют место без предварительного натяжения и сжатия ленты в точке набегания ленты на барабан. Поэтому для того, чтобы эти уравнения были справедливы в нашем случае, необходимо в них вместо σ_θ и σ_r подставить значения $\bar{\sigma}_\theta = \sigma_\theta - t_1$ и $\bar{\sigma}_r = \sigma_r - t_1 h_l / R$, где $t_1 = T_1 / B h_l$, Н/м²; T_1 – растягивающее усилие в точке набегания ленты на барабан, Н.

Аналогично в уравнениях (14) вместо $f(\theta)$ необходимо подставить $\bar{f}(\theta) = f(\theta) - t_1 = \sigma_\theta - t_1$.

Дифференцируя третье уравнение (3) по θ , второе по r с учётом первого, исключая v , получим равенство

$$\frac{\partial \gamma_{r\theta}}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + r \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial r} - \varepsilon_r + \frac{u}{r}. \quad (15)$$

Так как для краевого слоя ленты в зоне сцепления $\sigma_\theta = 0$, то из уравнений (2) имеем

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{(1-\nu_l^2)}{E_l} \bar{\sigma}_r; \\ \varepsilon_\theta = -\frac{\nu_l(1+\nu_l)}{E_l} \bar{\sigma}_r; \\ \gamma_{r\theta} = \frac{2(1+\nu_l)}{E_l} \bar{\tau}_{r\theta}. \end{cases} \quad (16)$$

Здесь $\bar{\sigma}_r$ и $\bar{\tau}_{r\theta}$ определяются по формулам:

$$\bar{\sigma}_r = -\bar{f}(\theta) \frac{h_l}{R}; \quad \bar{\tau}_{r\theta} = \bar{f}'(\theta) \frac{h_l}{R} \quad (0 < r < \delta). \quad (17)$$

Из (14) следует, что для краевого слоя ленты σ_r не зависит от r и согласно второму уравнению (16) ε_θ также не зависит от r , откуда $\partial \varepsilon_\theta / \partial r = 0$. Поэтому для краевого слоя ленты равенство (15) примет вид

$$\frac{\partial \gamma_{r\theta}}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \varepsilon_r + \frac{u}{r} \quad (0 < r < \delta). \quad (18)$$

На поверхности футерованного барабана в зоне сцепления ленты с барабаном в силу малости толщины футеровки по сравнению с радиусом барабана растягивающие напряжения $\sigma_\theta = 0$, а нормальные σ_r и касательные $\tau_{r\theta}$ напряжения пропорциональны нормальным и сдвиговым деформациям [9]. Так как в зоне сцепления в точках контакта ленты с футерованным барабаном скольжение отсутствует, то согласно (2) при $r = R$ выполняются соотношения:

$$u = u_\phi = \frac{(1-\nu_\phi^2)}{E_\phi} h_\phi \bar{\sigma}_r, \quad (19)$$

$$v = v_\phi = \frac{2(1+\nu_\phi)}{E_\phi} h_\phi \bar{\tau}_{r\theta}, \quad (20)$$

где u, v – нормальные окружные перемещения ленты в точках сцепления ленты с футеровкой барабана, м; u_ϕ, v_ϕ – нормальные окружные перемещения футеровки в точках сцепления ленты с футеровкой барабана, м; E_ϕ – модуль упругости футеровки на сжатие, Н/м²; ν_ϕ – коэффициент Пуассона футеровки.

Подставляя в (16) значения $\bar{\sigma}_r$ и $\bar{\tau}_{r\theta}$ из (17), в зоне сцепления в точках контакта ленты и барабана при $r = R$ имеем:

$$\varepsilon_r = -\frac{(1-\nu_l^2)}{E_l} \frac{h_l}{R} \bar{f}(\theta); \quad \frac{\partial \gamma_{r\theta}}{\partial \theta} = \frac{2(1+\nu_l)}{E_l} \frac{h_l}{R} \bar{f}''(\theta). \quad (21)$$

Подставляя в (19) значения $\bar{\sigma}_r$ и $\bar{\tau}_{r\theta}$ из (17), в зоне сцепления в точках контакта ленты с барабаном при $r=R$ получим:

$$u = -\frac{(1-\nu_\phi^2)}{E_\phi} h_\phi \frac{h_\lambda}{R} \bar{f}(\theta); \quad \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = -\frac{(1-\nu_\phi^2)}{E_\phi} h_\phi \frac{h_\lambda}{R} \bar{f}''(\theta). \quad (22)$$

Подставляя в левую и правую части равенства (18) выражения (21) и (22) при условии отсутствия предварительного натяжения и сжатия ленты в точке её набегания на барабан, получим дифференциальное уравнение относительно $\bar{f}(\theta)$ в виде:

$$\bar{f}''(\theta) = k_\phi^2 \bar{f}(\theta) \quad (0 \leq \theta \leq \theta^*), \quad (23)$$

где $\bar{f}(\theta) = f(\theta) - t_1$.

Здесь коэффициент k_ϕ определяется по формуле

$$k_\phi = \sqrt{\frac{\frac{1-\nu_\lambda^2}{E_\lambda} - \frac{1-\nu_\phi^2}{E_\phi} \cdot \frac{h_\phi}{R}}{\frac{2(1+\nu_\lambda)}{E_\lambda} + \frac{1-\nu_\phi^2}{E_\phi} \cdot \frac{h_\phi}{R}}}. \quad (24)$$

Из формулы (24) следует, что с увеличением жёсткости ленты E_λ коэффициент k_ϕ уменьшается, а при увеличении жёсткости футеровки E_ϕ коэффициент k_ϕ увеличивается. Кроме того, при увеличении толщины футеровки h_ϕ коэффициент k_ϕ уменьшается.

Решая уравнение (23) при граничных условиях: в точке набегания на барабан при $\theta = 0$ $\sigma_\theta = t_1$ или $\bar{f}(\theta) = 0$; на границе зон сцепления и скольжения при $\theta = \theta^*$ $\sigma_\theta = \sigma^*$ или $\bar{f}(\theta^*) = \sigma_\theta^* - t_1$, получим распределение продольного напряжения σ_θ вдоль дуги сцепления, определяемое по формуле

$$\sigma_\theta = f(\theta) = \frac{\sigma_\theta^* \operatorname{sh}(k_\phi \theta) + t_1 [\operatorname{sh}(k_\phi \theta^*) - \operatorname{sh}(k_\phi \theta)]}{\operatorname{sh}(k_\phi \theta^*)} \quad (0 \leq \theta \leq \theta^*), \quad (25)$$

где $\sigma_\theta^* = t_2 e^{\mu(\alpha - \theta^*)}$.

Подставляя (25) в (14), получим нормальные касательные напряжения в зоне сцепления в точках контакта ленты с футерованным барабаном при $r=R$, определяемые по формулам:

$$\sigma_r = -\frac{\sigma_\theta^* \operatorname{sh}(k_\phi \theta) + t_1 [\operatorname{sh}(k_\phi \theta^*) - \operatorname{sh}(k_\phi \theta)]}{\operatorname{sh}(k_\phi \theta^*)} \cdot \frac{h_\lambda}{R}; \quad (26)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{k_\phi (\sigma_\theta^* - t_1) \operatorname{ch}(k_\phi \theta)}{\operatorname{sh}(k_\phi \theta^*)} \cdot \frac{h_\lambda}{R}, \quad (27)$$

где $0 \leq \theta \leq \theta^*$.

Величину дуги сцепления θ^* определим из условия равенства касательных напряжений на границе зоны скольжения и сцепления при $r = R$, т.е. при $\theta = \theta^*$, $\tau_{r\theta} = \tau_{r\theta}^*$.

Подставляя в левую часть равенства (27) вместо $\tau_{r\theta}$ значение $\tau_{r\theta}^*$ из формулы (9), после преобразований получим

$$\frac{T_1}{T_2} = \left[1 + \frac{\mu}{k_\phi} \operatorname{th}(k_\phi \theta^*) \right] e^{\mu(\alpha - \theta^*)}. \quad (28)$$

Если дуга сцепления совпадает с дугой обхвата лентой барабана, т.е. $\theta^* = \alpha$, то из (28) имеем:

$$\frac{T_1}{T_2} = 1 + \frac{\mu}{k_\phi} \operatorname{th}(k_\phi \alpha) \geq 1. \quad (29)$$

Из формул (28) и (29) следует, что если $0 \leq \theta^* \leq \alpha$, то выполняется неравенство

$$\frac{T_1}{T_2} \geq 1 + \frac{\mu}{k_\phi} \operatorname{th}(k_\phi \alpha). \quad (30)$$

Кроме того, из равенства (28) следует, что если выполняется условие

$$\frac{T_1}{T_2} < 1 + \frac{\mu}{k_\phi} \operatorname{th}(k_\phi \alpha), \quad (31)$$

т.е. если дуга скольжения при взаимодействии ленты с барабаном отсутствует, то $\theta^* = \alpha$ и $\sigma_\theta^* = t_2$. Подставляя эти значения в формулы (25)-(27), получим, что при выполнении условия (31), т.е. если дуга сцепления совпадает с дугой обхвата лентой барабана, то растягивающее, нормальное и касательное напряжения в ленте вдоль дуги контакта ленты с барабаном при $r = R$ определяются по формулам:

$$\sigma_\theta = \frac{t_2 \operatorname{sh}(k_\phi \theta) + t_1 [\operatorname{sh}(k_\phi \alpha) - \operatorname{sh}(k_\phi \theta)]}{\operatorname{sh}(k_\phi \alpha)}; \quad (32)$$

$$\sigma_r = -\frac{t_2 \operatorname{sh}(k_\phi \theta) + t_1 [\operatorname{sh}(k_\phi \alpha) - \operatorname{sh}(k_\phi \theta)]}{\operatorname{sh}(k_\phi \alpha)} \cdot \frac{h_\lambda}{R}; \quad (33)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{k_\phi (t_1 - t_2) \operatorname{ch}(k_\phi \theta)}{\operatorname{sh}(k_\phi \alpha)} \frac{h_\lambda}{R}, \quad (34)$$

где $0 \leq \theta \leq \alpha$.

Анализ решения уравнения (28) показал, что величина дуги сцепления θ^* с увеличением отношения T_1/T_2 уменьшается, а при уменьшении k_ϕ увеличивается

и при $k_\phi = 0$ принимает максимальное значение, равное θ_m^* , определяемое из уравнения

$$\frac{T_1}{T_2} = (1 + \mu\theta_m^*)e^{\mu(\alpha - \theta_m^*)}. \quad (35)$$

Положим в равенстве (27) $k_\phi = 0$ и получим соотношение

$$\frac{h_\phi}{R} = \frac{(1 - \nu_l^2)}{(1 - \nu_\phi^2)} \cdot \frac{E_\phi}{E_l}. \quad (36)$$

Если $\nu_l = \nu_\phi$, то из (36) имеем

$$\frac{h_\phi}{R} = \frac{E_\phi}{E_l}. \quad (37)$$

Следовательно, при выполнении условий (36) или (37) в случае равенства коэффициентов Пуассона футеровки и ленты величина дуги сцепления ленты с футерованным барабаном принимает максимальное значение θ_m^* , определяемое из уравнения (35).

Из равенства (37) следует, что при $\nu_l = \nu_\phi$ толщина футеровки h_ϕ , при которой дуга сцепления ленты с футерованным барабаном θ^* принимает максимальное значение θ_m^* , определяется по формуле

$$h_\phi = \frac{E_\phi}{E_l} R. \quad (38)$$

Если футеровка барабана отсутствует, т.е. $h_\phi = 0$, то из равенства (24) имеем

$$k_\phi = \sqrt{\frac{1 - \nu_l}{2}}. \quad (39)$$

Последняя формула совпадает с результатом, полученным в работе [7], из которой следует, что величина дуги сцепления в случае взаимодействия упругой ленты с жёстким барабаном не зависит от толщины и модуля упругости ленты E_l , а зависит от коэффициента Пуассона ленты ν_l . При этом, чем больше коэффициент Пуассона, тем коэффициент k_ϕ меньше, а следовательно дуга сцепления θ^* ленты с барабаном больше.

Как отмечалось выше, в работе [3] также получены зависимости отношения T_1/T_2 , совпадающие с формулой (28), отличающиеся коэффициентом k_ϕ , который определяется по формуле

$$k_\phi = \sqrt{\frac{E_\phi}{2(1 + \nu_l)E_l h_l h_\phi}}. \quad (40)$$

Из формулы (40) следует, что с уменьшением толщины ленты h_l и футеровки барабана h_f коэффициент k_f увеличивается и стремится к бесконечности ($k_f \rightarrow \infty$). Устремляя в левой части равенства (28) $k_f \rightarrow \infty$, получим формулу Н.Е. Жуковского (11).

Следовательно, согласно теории В.И. Моссаковского и Г.З. Рудякова [3] при отсутствии футеровки или для тонкой нити выполняется предположение Н.Е. Жуковского об отсутствии касательных напряжений на дуге сцепления, что противоречит экспериментальным данным [4].

На рис. 2 показаны графики зависимости величины дуги сцепления θ^* от отношения натяжений ленты T_1/T_2 , полученные согласно формуле (28) при $k_f = 0$ (кривая 1), формулам (28) и (24) при $k_f = 0,3$ (кривая 2), формулам (29) и (39) при $k_f = 0,5$ (кривая 3), формулам (28) и (40) при $k_f = 3,5$ (кривая 4), формуле (11) при $k_f = \infty$ (кривая 5).

При этом исходные данные принимали следующие значения: $R = 0,25$ м; $h_l = 0,02$ м; $h_f = 0,06$ м; $\nu_l = 0,5$; $\nu_f = 0,5$; $\alpha = 3,14$ рад.

Из рис. 2 видно, что с увеличением отношения T_1/T_2 и k_f дуга сцепления ленты с барабаном θ^* увеличивается и при $k_f = 0$ принимает максимальное значение. Кроме того, дуга сцепления, полученная согласно формулам В.И. Моссаковского и Г.З. Рудякова (кривая 4) и формуле Н.Е. Жуковского (кривая 5) существенно отличается от полученных результатов данного исследования (см. кривые 1, 2, 3).

На основании результатов исследований можно сделать следующие выводы.

При взаимодействии ленты с футерованным барабаном вблизи дуги её сцепления с барабаном в ленте имеется граничный слой малой толщины, в котором возникают только нормальные и касательные напряжения. При этом растягивающие напряжения в ленте возникают выше этого граничного слоя, которые на порядок выше нормальных и касательных напряжений в ленте.

Дуга сцепления ленты с футерованным барабаном θ^* с увеличением отношения натяжений ленты набегающей и сбегающей ветвей T_1/T_2 и жёсткости фу-



теровки барабана E_ϕ уменьшается, а с увеличением жёсткости ленты E_d и толщины футеровки барабана h_ϕ дуга сцепления θ^* уменьшается. При этом дуга сцепления θ^* принимает максимальное значение при $k_\phi = 0$, т.е. при выполнении условий (36).

Кроме того, полученные результаты исследований существенно отличаются от результатов, полученных в работах Н.Е. Жуковского и В.И. Моссаковского. Это говорит о том, что модели ленты конвейера в виде тонкой упругой нити и растянутого упругого стержня не применимы в задаче взаимодействия конвейерной ленты с футерованным барабаном.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуковский, Н.Е. О скольжении ремня на шкивах: Собрание сочинений / Н.Е. Жуковский. – М.-Л.: Госиздат, 1949. – Т. 3. – С. 497-514.
2. Дьяков, В.А. Режимы работы приводного барабана ленточного конвейера / В.А. Дьяков, М.А. Котов / Под ред. М.Д. Скочинского // Конвейерный и рельсовый транспорт в горной промышленности. – М.: Недра, 1965. – № 26. – С. 116-128.
3. Моссаковский, В.И. Исследование взаимодействия ленты и упругой футеровки / В.И. Моссаковский, Г.З. Рудяков, В.Б. Салитренник // Горная механика и машиностроение: Межвед. сб. науч. тр. – М.: Недра, 1967. – Т. 18. – С. 320-329.
4. Кирия, Р.В. Экспериментальные исследования взаимодействия упругой ленты с барабаном конвейера / Р.В. Кирия, Е.А. Стаховский // Науковий вісник Національної гірничої академії України: Зб. наук. праць. – Дніпропетровськ, 2000. – №5. – С. 24-26.
5. Тимошенко, С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко, Дж. Гудзер. – М., Наука, 1979. – 560 с.
6. Найфэ, А.Х. Методы возмущений / А.Х. Найфэ. – М.: Мир, 1976. – 455 с.
7. Кирия, Р.В. Применение метода возмущений Л. Прандтля к разрешению парадокса Н. Е. Жуковского / Р.В. Кирия, Е.А. Стаховский // Вісник Дніпропетровського Університету. Механіка: зб. наук. пр. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2002. – №6, Т. 2. – С. 59-66.
8. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Мир, 1974. – 712 с.
9. Ишлинский, А.Ю. Прикладные задачи механики. Книга 2. Механика / А.Ю. Ишлинский. – М.: Наука, 1986. – С. 182-199.

REFERENCES

1. Zhukovskiy, N.E. (1949), "About slipping the belt on the pulleys", *Sobranie sochineniy*, vol. 3, pp. 497-514.
2. Diakov, V.A. and Kotov, M.A. (1965), "Operating modes of the driving drum of the conveyor belt", *Konveyernyu i relsovyu transport v hornoy promyshlennosti*, no. 26, pp. 116-128.
3. Mossakovskiy, V.I, Rudyakov, G.Z. and Salitrennik, V.B. (1967), "Investigation of the interaction of the belt and the elastic lining", *Hornaya mekhanika i mashinostroenie*, vol. 18, pp. 320-329.
4. Kiriya, R.V. and Stakhovskiy, E.A. (2000), "Experimental studies of the interaction of the elastic band with the conveyor drum", *Naukovyi visnyk Natsionalnoi hirnychoi akademii Ukraine*, no.5, pp. 24-26.
5. Timoshenko, S.P. and Gudzer, Dzh. (1979), *Teoriya uprugosti* [The theory of elasticity], Nauka, Moscow, USSR.
6. Nayfe, A.Kh. (1976), *Metody vozmushcheniy* [Perturbation methods], Mir, Moscow, USSR.
7. Kiriya, R.V. and Stakhovskiy, E.A. (2002), "Application of L. Prandtl's perturbation method to solving the paradox of N.E. Zhukovsky", *Visnyk Dnipropetrovskogo universytetu. Mekhanika*, vol.2, no.6, pp. 59-66.
8. Shlikhting, G. (1974), *Teoriya pogranychnoho sloya* [Theory of the boundary layer], Mir, Moscow, USSR.
9. Ishlinskiy, A.Yu. (1986), "Book 2. Mechanic", *Prikladnye zadachi mekhaniki* [Applied tasks of mechanics], Nauka, Moscow, USSR, pp. 182-199.

Об авторах

Кирия Руслан Виссарионович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заведующий отделом физико-механических основ горного транспорта, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, kiriya_igtm@ukr.net

Ларионов Григорий Иванович, доктор технических наук, старший научный сотрудник в отделе физико-механических основ горного транспорта, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, larionovgrigoriydn@gmail.com

Пазынич Артем Вячеславович, магистр, инженер I кат. в отделе проблем разрушения горных пород, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова национальной академии наук Украины (ИГТМ НАН Украины), Днепр, Украина, dneprovec78@bigmir.net

About the authors

Kiriya Ruslan Vissarionovich, Candidate of Technical Sciences (Ph.D), Senior Researcher, Head of Department of Mining Transport Physics and Mechanics, M. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnipro, Ukraine, kiriya_igtm@ukr.net

Larionov Grigoriy Ivanovich, Doctor of Technical Sciences (Ph.D), Senior Researcher in Department of Mining Transport Physics and Mechanics, M. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnipro, Ukraine, larionovgrigoriydn@gmail.com

Pazynich Artem Vyacheslavovich, Master of Science, Engineer in Department of Rock Breaking Problems, M. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnipro, Ukraine, dneprovec78@bigmir.net

Анотація. Розглянуто питання визначення дуги зчеплення при взаємодії стрічки конвеєра з футерованим барабаном. В роботі передбачалося, що стрічка і футеровка барабана при деформації підкоряються закону Гука, а сила тертя між стрічкою і футеровкою підкоряється закону Кулона. Крім того, в стрічці поблизу зони зчеплення стрічки з футеровкою барабана утворюється граничний шар малої товщини, в якому відсутні розтягуючі напружки. Задача вирішена за допомогою асимптотичного методу Л. Прандтля. Одержані результати досліджень порівнювалися з результатами досліджень Н.Е. Жуковського і В.І. Моссаковського.

Ключові слова: стрічка конвеєра, футерований барабан, асимптотичний метод Прандтля, дуга зчеплення, порівняння результатів досліджень.

Abstract. The problem of determining the arc cohesion at interaction between the conveyor belt and lined drum is considered. In the study, it was assumed that the belt and the lined drum under deformation followed the Hooke's law, and the force of friction between the belt and the lining followed the Kulon's law. Besides, a thin boundary layer is formed on the belt, near with zone where belt coheres with the lined drum, with no tensile stress. The problem is solved by means of the L. Prandtl's asymptotic method. The obtained findings were compared with the results of the studies conducted by N.E. Zhukovsky and V.I. Mossakovsky.

Keywords: conveyor belt, lined drum, Prandtl's asymptotic method, arc cohesion, comparison of research results.

Статья поступила в редакцию 12.05.2017

Рекомендовано к печати д-ром техн. наук, проф. В.И. Дырдой